제 2 교시

수학 영역

2023년 고2 9월 17번 [4점]

1. 모든 항이 양수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_4 + a_6$의 최솟값은?

(가) 모든 자연수 n에 대하여 $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$이다.
(나) $a_3 \times a_{22} = a_7 \times a_8 + 10$

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

2023학년도 9평 15번 [4점]

2. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 k에 대하여 $a_{4k} = r^k$이다.
(단, r는 $0 < |r| < 1$인 상수이다.)
(나) $a_1 < 0$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (|a_n| < 5) \\ -\dfrac{1}{2}a_n & (|a_n| \geq 5) \end{cases}$$

이다.

$|a_m| \geq 5$를 만족시키는 100 이하의 자연수 m의 개수를 p라 할 때, $p + a_1$의 값은?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

2024학년도 9평 12번 [4점]

3. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+1 & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_2+a_4=40$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

① 172　② 175　③ 178　④ 181　⑤ 184

2021년 고2 9월 28번 [4점]

4. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $S_{2n-1}=1$
(나) 수열 $\{a_na_{n+1}\}$은 등비수열이다.

$S_{10}=33$일 때, S_{18}의 값을 구하시오.

2022학년도 수능 21번 [4점]

5. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $|a_1|=2$
> (나) 모든 자연수 n에 대하여 $|a_{n+1}|=2|a_n|$이다.
> (다) $\sum_{n=1}^{10} a_n = -14$

$a_1+a_3+a_5+a_7+a_9$의 값을 구하시오.

2020년 고3 나형 7월 21번 [4점]

6. 첫째항이 양수이고 공차가 -1보다 작은 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$은 다음과 같다.

$$b_n = \begin{cases} a_{n+1} - \dfrac{n}{2} & (a_n \geq 0) \\ a_n + \dfrac{n}{2} & (a_n < 0) \end{cases}$$

수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$은 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $b_5 < b_6$
> (나) $S_5 = S_9 = 0$

$S_n \leq -70$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은?

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

2022년 고3 7월 21번 [4점]

7. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^{2n} a_k = 17n$
(나) $\lvert a_{n+1} - a_n \rvert = 2n - 1$

$a_2 = 9$일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_{2n}$의 값을 구하시오.

2024학년도 사관학교 13번 [4점]

8. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = -3$, $a_{20} = 1$이고, 3 이상의 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_{n-1}$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{50} a_n$의 값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

2023년 고2 11월 15번 [4점]

9. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{S_n\}$과 상수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 자연수 n에 대하여 $a_n + S_n = k$이다.

$S_6 = 189$일 때, k의 값은?

① 192 ② 196 ③ 200 ④ 204 ⑤ 208

2024년 고3 5월 9번 [4점]

10. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = 1 - 4 \times S_n$$

이고 $a_4 = 4$일 때, $a_1 \times a_6$의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

2024년 고2 9월 17번 [4점]

11. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{12}-a_{10}=5$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_{2k}=\sum_{k=1}^{n} a_{2k-1}+n^2$이다.

$a_9=16$일 때, a_{11}의 값은?

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

2021년 고3 10월 9번 [4점]

12. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n+a_{n+1}=2n$$

을 만족시킬 때, a_1+a_{22}의 값은?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

2021년 고2 11월 21번 [4점]

13. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) a_1은 1이 아닌 양수이다.
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
> $a_{2n-1}+a_{2n}=1$이고 $a_{2n}\times a_{2n+1}=1$이다.

$\sum_{n=1}^{14}(|a_n|-a_n)=10$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

① $\frac{10}{3}$ ② 4 ③ $\frac{14}{3}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ 6

2021년 고2 9월 18번 [4점]

14. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 $a_1=1$, $b_1=-1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=a_n+b_n,\ b_{n+1}=2\cos\frac{a_n}{3}\pi$$

를 만족시킨다. $a_{2021}-b_{2021}$의 값은?

① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

2021년 고3 4월 21번 [4점]

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-2 & (a_n \ge 0) \\ a_n+5 & (a_n < 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{15}<0$이 되도록 하는 a_1의 최솟값을 구하시오.

2022년 고2 11월 14번 [4점]

16. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-4 & (a_n \ge 0) \\ {a_n}^2 & (a_n < 0) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{22} a_k$의 값은?

① 50 ② 54 ③ 58 ④ 62 ⑤ 66

2024학년도 6평 15번 [4점]

17. 자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> $a_1 = k$이고, 모든 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \le 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$
> 이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은?

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

2024년(2025학년도) 사관학교 14번 [4점]

18. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $|a_5|$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은?

> (가) $a_2 = 27$, $a_3 a_4 > 0$
> (나) 2 이상의 모든 자연수 n에 대하여
> $$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2|a_n|$$이다.

① 224 ② 232 ③ 240 ④ 248 ⑤ 256

2024년(2025학년도) 9평 22번 [4점]

19. 양수 k에 대하여 $a_1 = k$인 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_2 \times a_3 < 0$
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
> $\left(a_{n+1} - a_n + \frac{2}{3}k\right)(a_{n+1} + ka_n) = 0$이다.

$a_5 = 0$이 되도록 하는 서로 다른 모든 양수 k에 대하여 k^2의 값의 합을 구하시오.

2021학년도 사관학교 가형 18번 [4점]

20. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_{2n+1} = -a_n + 3a_{n+1}$
> (나) $a_{2n+2} = a_n - a_{n+1}$

$a_1 = 1$, $a_2 = 2$일 때, $\sum_{n=1}^{16} a_n$의 값은?

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

2021학년도 6평 나형 14번 [4점]

21. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\begin{cases} a_{3n-1}=2a_n+1 \\ a_{3n}=-a_n+2 \\ a_{3n+1}=a_n+1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{11}+a_{12}+a_{13}$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2021학년도 수능 나형 21번 [4점]

22. 수열 $\{a_n\}$은 $0<a_1<1$이고, 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_{2n}=a_2\times a_n+1$
> (나) $a_{2n+1}=a_2\times a_n-2$

$a_7=2$일 때, a_{25}의 값은?

① 78 ② 80 ③ 82 ④ 84 ⑤ 86

2021학년도 수능 가형 21번 [4점]

23. 수열 $\{a_n\}$은 $0 < a_1 < 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$
(나) $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_8 - a_{15} = 63$일 때, $\dfrac{a_8}{a_1}$의 값은?

① 91 ② 92 ③ 93 ④ 94 ⑤ 95

2022학년도 사관학교 15번 [4점]

24. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_1의 최솟값을 m이라 하자.

(가) 수열 $\{a_n\}$의 모든 항은 정수이다.
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{2n} = a_3 \times a_n + 1$, $a_{2n+1} = 2a_n - a_2$ 이다.

$a_1 = m$인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_9의 값은?

① -53 ② -51 ③ -49 ④ -47 ⑤ -45

2023학년도 사관학교 19번 [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{2n}=2a_n,\ \ a_{2n+1}=3a_n$$

을 만족시킨다. $a_7+a_k=73$인 자연수 k의 값을 구하시오.

2023년 고2 9월 21번 [4점]

26. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) n이 3의 배수가 아닌 경우 $a_{n+1}=(-1)^n\times a_n$이다.
(나) n이 3의 배수인 경우 $a_{n+3}=-a_n-n$이다.

$a_{20}+a_{21}=0$일 때, $\sum_{k=1}^{18}a_k$의 값은?

① 57 ② 60 ③ 63 ④ 66 ⑤ 69

2022년 고3 4월 12번 [4점]

27. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $1 \le n \le 4$인 모든 자연수 n에 대하여
> $a_n + a_{n+4} = 15$이다.
> (나) $n \ge 5$인 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} - a_n = n$이다.

$\sum_{n=1}^{4} a_n = 6$일 때, a_5의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

2023학년도 수능 15번 [4점]

28. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_9의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은?

> (가) $a_7 = 40$
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1}\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1}\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$
> 이다.

① 216 ② 218 ③ 220 ④ 222 ⑤ 224

2023년 고3 3월 15번 [4점]

29. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}+a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \dfrac{1}{2}(a_{n+1}+a_n) & (a_{n+1}+a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1=1$일 때, $a_6=34$가 되도록 하는 모든 a_2의 값의 합은?

① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

2023년 고3 7월 15번 [4점]

30. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1<300$ (나) 모든 자연수 n에 대하여 $$a_{n+1}=\begin{cases} \dfrac{1}{3}a_n & (\log_3 a_n\text{이 자연수인 경우}) \\ a_n+6 & (\log_3 a_n\text{이 자연수가 아닌 경우}) \end{cases}$$ 이다.

$\sum_{k=4}^{7} a_k=40$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

① 315 ② 321 ③ 327 ④ 333 ⑤ 339

2023년 고3 10월 15번 [4점]

31. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{1}{2}a_n+2n & (a_n\text{이 4의 배수인 경우}) \\ a_n+2n & (a_n\text{이 4의 배수가 아닌 경우})\end{cases}$$

이다.

(나) $a_3>a_5$

$50<a_4+a_5<60$이 되도록 하는 a_1의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은?

① 224 ② 228 ③ 232 ④ 236 ⑤ 240

2024학년도 수능 15번 [4점]

32. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}2^{a_n} & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \dfrac{1}{2}a_n & (a_n\text{이 짝수인 경우})\end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_6+a_7=3$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

① 139 ② 146 ③ 153 ④ 160 ⑤ 167

2023년 고2 11월 21번 [4점]

33. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_1의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은?

> (가) $a_5=63$
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}\times a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ a_{n+1}+a_n-2 & (a_{n+1}\times a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$
> 이다.

① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

2024년 고3 5월 15번 [4점]

34. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} \dfrac{a_n}{3} & (a_n\text{이 3의 배수인 경우}) \\ \dfrac{{a_n}^2+5}{3} & (a_n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_4+a_5=5$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

① 63 ② 66 ③ 69 ④ 72 ⑤ 75

2024년 고3 7월 15번 [4점]

35. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} \frac{1}{2}a_n & \left(\frac{1}{2}a_n\text{이 자연수인 경우}\right) \\ (a_n-1)^2 & \left(\frac{1}{2}a_n\text{이 자연수가 아닌 경우}\right) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_7=1$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

① 120 ② 125 ③ 130 ④ 135 ⑤ 140

2024년 고3 10월 15번 [4점]

36. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} \frac{a_n}{n} & (n\text{이 } a_n\text{의 약수인 경우}) \\ 3a_n+1 & (n\text{이 } a_n\text{의 약수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_6=2$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

① 254 ② 264 ③ 274 ④ 284 ⑤ 294

2024년(2025학년도) 수능 22번 [4점]

37. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $|a_1|$의 값의 합을 구하시오.

> (가) 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-3 & (|a_n|\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n=0 \text{ 또는 } |a_n|\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$
>
> 이다.
>
> (나) $|a_m|=|a_{m+2}|$인 자연수 m의 최솟값은 3이다.

2022학년도 평가원 예비 15번 [4점]

38. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은?

> (가) $a_5=5$
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-6 & (a_n \ge 0) \\ -2a_n+3 & (a_n<0) \end{cases}$$
>
> 이다.

① 64　② 68　③ 72　④ 76　⑤ 80

2021학년도 6평 나형 21번 [4점]

39. 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} 2a_n+a_{n+1} & (a_n \le a_{n+1}) \\ a_n+a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_3=2$, $a_6=19$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

2022학년도 9평 15번 [4점]

40. 수열 $\{a_n\}$은 $|a_1| \le 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} -2a_n-2 & \left(-1 \le a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \le a_n \le \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n+2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \le 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5+a_6=0$이고 $\sum_{k=1}^{5} a_k > 0$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

2023학년도 6평 15번 [4점]

41. 자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> $a_1=0$이고, 모든 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+\dfrac{1}{k+1} & (a_n\le 0) \\ a_n-\dfrac{1}{k} & (a_n>0) \end{cases}$$
> 이다.

$a_{22}=0$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

2023년 고3 4월 15번 [4점]

42. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_1의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $\log_2\dfrac{M}{m}$의 값은?

> (가) 모든 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+1}=\begin{cases} 2^{n-2} & (a_n<1) \\ \log_2 a_n & (a_n\ge 1) \end{cases}$$
> 이다.
> (나) $a_5+a_6=1$

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

2024년 고3 3월 15번 [4점]

43. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n & (a_n>n) \\ 3n-2-a_n & (a_n\le n) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $a_5=5$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 곱은?

① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

2024년(2025학년도) 6평 22번 [4점]

44. 수열 $\{a_n\}$은

$$a_2=-a_1$$

이고, $n\ge 2$인 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-\sqrt{n}\times a_{\sqrt{n}} & (\sqrt{n}\text{이 자연수이고 } a_n>0\text{인 경우}) \\ a_n+1 & (\text{그 외의 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{15}=1$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 곱을 구하시오.

2024년 고2 9월 30번 [4점]

45. 첫째항이 정수인 수열 $\{a_n\}$이 두 정수 d, r에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+d & (a_n \geq 0) \\ ra_n & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_k=a_{k+12}=0$인 자연수 k가 존재한다.

$a_2+a_3=0$, $a_5=16$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합을 구하시오.

2024년 고2 10월 21번 [4점]

46. 첫째항이 2 이상인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} \frac{1}{2}a_n & (a_n \geq 1) \\ \frac{1}{2}(a_n+a_1) & (a_n < 1) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $a_5+2a_6=2$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

① $\frac{92}{5}$ ② $\frac{94}{5}$ ③ $\frac{96}{5}$ ④ $\frac{98}{5}$ ⑤ 20

2020년 고3 가형 4월 30번 [4점]

47. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_{2n}=b_n+2$
> (나) $a_{2n+1}=b_n-1$
> (다) $b_{2n}=3a_n-2$
> (라) $b_{2n+1}=-a_n+3$

$a_{48}=9$이고 $\sum_{n=1}^{63}a_n-\sum_{n=1}^{31}b_n=155$일 때, b_{32}의 값을 구하시오.

2021년 고3 7월 13번 [4점]

48. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$(n+1)S_{n+1}=\log_2(n+2)+\sum_{k=1}^{n}S_k \quad \cdots \ (*)$$

가 성립할 때, $\sum_{k=1}^{n}ka_k$를 구하는 과정이다.

> 주어진 식 $(*)$에 의하여
>
> $$nS_n=\log_2(n+1)+\sum_{k=1}^{n-1}S_k\,(n\geq 2) \qquad \cdots\cdots \ ㉠$$
>
> 이다. $(*)$에서 ㉠을 빼서 정리하면
>
> $$(n+1)S_{n+1}-nS_n$$
> $$=\log_2(n+2)-\log_2(n+1)+\sum_{k=1}^{n}S_k-\sum_{k=1}^{n-1}S_k \ (n\geq 2)$$
>
> 이므로
>
> $$(\boxed{(가)})\times a_{n+1}=\log_2\frac{n+2}{n+1}\,(n\geq 2)\text{이다.}$$
>
> $a_1=1=\log_2 2$이고,
>
> $2S_2=\log_2 3+S_1=\log_2 3+a_1$이므로
>
> 모든 자연수 n에 대하여
>
> $na_n=\boxed{(나)}$
>
> 이다. 따라서
>
> $$\sum_{k=1}^{n}ka_k=\boxed{(다)}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$이라 할 때, $f(8)-g(8)+h(8)$의 값은?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

2021년 고2 11월 19번 [4점]

49. 다음은 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{n+1}\right)a_k=n^2$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{n} a_k$를 구하는 과정이다.

> $T_n=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{n+1}\right)a_k$라 하자.
>
> (i) $T_1=1$이므로 $a_1=\boxed{(가)}$이다.
>
> (ii) 2 이상의 자연수 n에 대하여
>
> $T_n=n^2$에서
>
> $T_n-T_{n-1}=2n-1$이고
>
> $T_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{k}-\frac{1}{\boxed{(나)}}\times\sum_{k=1}^{n}a_k$에서
>
> $T_n-T_{n-1}=\frac{1}{\boxed{(다)}}\times\sum_{k=1}^{n}a_k$이므로
>
> $\sum_{k=1}^{n}a_k=(2n-1)\times(\boxed{(다)})$이다.
>
> (i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여
>
> $\sum_{k=1}^{n}a_k=(2n-1)\times(\boxed{(다)})$이다.

(가)에 알맞은 수를 p, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(2p)\times g(3p)$의 값은?

① 190 ② 200 ③ 210 ④ 220 ⑤ 230

2022년 고3 7월 12번 [4점]

50. 첫째항이 2인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{3S_k}{k+2}=S_n$$

이 성립할 때, a_{10}의 값을 구하는 과정이다.

> $n\geq 2$인 모든 자연수 n에 대하여
>
> $a_n=S_n-S_{n-1}$
>
> $=\sum_{k=1}^{n}\frac{3S_k}{k+2}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{3S_k}{k+2}=\frac{3S_n}{n+2}$
>
> 이므로 $3S_n=(n+2)\times a_n\ (n\geq 2)$
>
> 이다.
>
> $S_1=a_1$에서 $3S_1=3a_1$이므로
>
> $3S_n=(n+2)\times a_n\ (n\geq 1)$
>
> 이다.
>
> $3a_n=3(S_n-S_{n-1})$
>
> $=(n+2)\times a_n-(\boxed{(가)})\times a_{n-1}\ (n\geq 2)$
>
> $\frac{a_n}{a_{n-1}}=\boxed{(나)}\ (n\geq 2)$
>
> 따라서
>
> $a_{10}=a_1\times\frac{a_2}{a_1}\times\frac{a_3}{a_2}\times\frac{a_4}{a_3}\times\cdots\times\frac{a_9}{a_8}\times\frac{a_{10}}{a_9}$
>
> $=\boxed{(다)}$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 p라 할 때, $\frac{f(p)}{g(p)}$의 값은?

① 109 ② 112 ③ 115 ④ 118 ⑤ 121

빠른 정답

1. ④
2. ③
3. ①
4. 513
5. 678

6. ④
7. 180
8. ⑤
9. ①
10. ①

11. ③
12. ⑤
13. ③
14. ⑤
15. 5

16. ③
17. ②
18. ①
19. 8
20. ①

21. ③
22. ③
23. ②
24. ①
25. 64

26. ③
27. ③
28. ⑤
29. ③
30. ④

31. ②
32. ③
33. ④
34. ④
35. ②

36. ④
37. 64
38. ③
39. ②
40. ①

41. ②
42. ④
43. ③
44. 231
45. 28

46. ③
47. 79
48. ①
49. ③
50. ①