

## 제 2 교시

2021학년도 6월 평가원 대비 기대 기대 모의고사

# 수학 영역 (가형)

|    |  |       |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|--|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 성명 |  | 수험 번호 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|--|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

**병아리처럼 빼약 하다가도 이겨내고 독수리처럼 비약해**

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고 하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.





제 2 교시

## 수학 영역 (가형)

홀수형

## 5지선다형

1.  $2^6 \times 2^{-3}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③ 2    ④ 4    ⑤ 8

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 3 \times 2^n + 5}{4^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{e^{2x} + 2x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1    ④ 2    ⑤ 4

4. 두 양수  $a, b$ 에 대하여  $\log ab = 3$ ,  $\log_2 a = \log_4 b$ 일 때,  $\frac{b}{a}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{100}$     ②  $\frac{1}{10}$     ③ 1    ④ 10    ⑤ 100

5. 두 상수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} e^{x-a} & (x \leq b) \\ e^{x^2} & (x > b) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{3}{4}$     ④ 1    ⑤  $\frac{5}{4}$

6. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A|B) = \frac{1}{2}, \quad \frac{P(A \cap B^C)}{P(B \cap A^C)} = 2$$

일 때,  $P(B|A)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{5}{12}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{7}{12}$     ⑤  $\frac{2}{3}$

7. 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3 + a_4 = 4$ 이고,

$2a_2a_5 = \frac{7}{2}$  일 때,  $(a_2)^2 + (a_5)^2$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{2}$     ② 5    ③  $\frac{15}{2}$     ④ 10    ⑤  $\frac{25}{2}$

8. 주사위를 2번 던져 나온 눈의 수를 각각  $a, b$ 라 할 때,  
 $a^b \geq 5$ 일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{5}{18}$     ②  $\frac{7}{18}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{11}{18}$     ⑤  $\frac{13}{18}$

9.  $\sum_{k=1}^{11} (k \times |k-10|)$ 의 값은? [3점]

- ① 143    ② 154    ③ 165    ④ 176    ⑤ 187

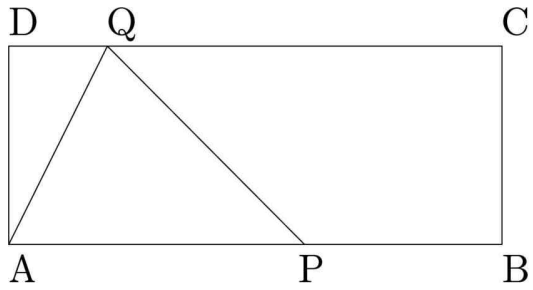
10. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_3 a_5 = 1, \sum_{n=1}^8 \log_2 a_n = 3$$

을 만족시킬 때,  $a_{12}$ 의 값은? [3점]

- ① 16    ② 32    ③ 48    ④ 64    ⑤ 76

11.  $\overline{AB}=5$ 인 직사각형 ABCD에 대하여 선분 AB를 3:2로 내분하는 점을 P, 선분 CD를 4:1로 내분하는 점을 Q라 하자.  $\tan(\angle AQP)=3$ 일 때, 선분 BC의 길이는? [3점]



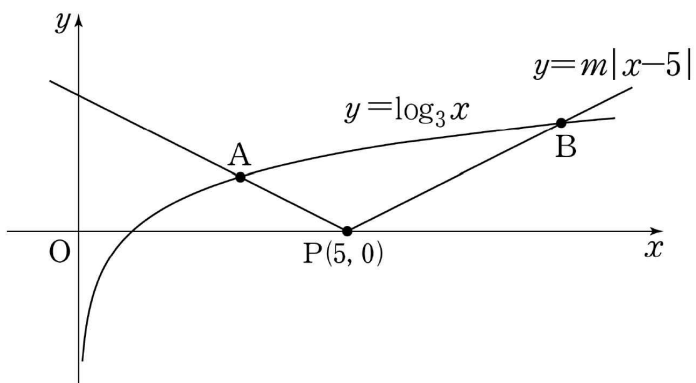
- ①  $\frac{4}{3}$     ② 2    ③  $\frac{8}{3}$     ④  $\frac{10}{3}$     ⑤ 4

12. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 하자.

$S_n = \frac{3n+1}{n}$ 일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n - a_n}{1 + a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

13. 곡선  $y = \log_3 x$ 와 함수  $y = m|x-5|$ 의 그래프가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 점  $P(5, 0)$ 에 대하여  $\overline{PB} = 2\overline{PA}$ 일 때, 양수  $m$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{4}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{5}{12}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

14. 기대가 주머니에 있는 0, 1, 2가 각각 적힌 카드 3장 중 하나를 임의로 고른 후 갖고 있던 1이 적힌 카드 2장, 2가 적힌 카드 1장과 함께 일렬로 나열하여 자연수를 만들 때, 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는? (단, 1장의 카드에는 하나의 숫자만 적혀있다.) [4점]

- ① 17    ② 19    ③ 21    ④ 23    ⑤ 25

15.  $a_1 = 2$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_{n+1} = \begin{cases} (-1)^n a_n - 5 & (n < 5) \\ 2a_n & (n \geq 5) \end{cases}$$

일 때,  $\sum_{k=1}^m a_k > 53$ 을 만족시키는 자연수  $m$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

16. 그림과 같이  $\overline{A_1B_1} = \sqrt{3}$ ,  $\angle A_1OB_1 = 15^\circ$ ,  $\angle A_1 = 90^\circ$ 인

직각삼각형  $A_1OB_1$ 이 있다. 선분  $A_1$  위의 점  $C_1$ 을 선분  $A_1C_1$ 의 길이가 선분  $A_1B_1$ 의 길이의  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 배가 되도록 잡고 세 점

$A_1, B_1, C_1$ 을 지나는 원  $R_1$ 을 그린다. 삼각형  $A_1OB_1$ 의 내부와 원  $R_1$ 의 내부의 공통부분에 해당하는 도형을  $F_1$ 이라 하자.

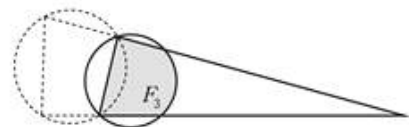
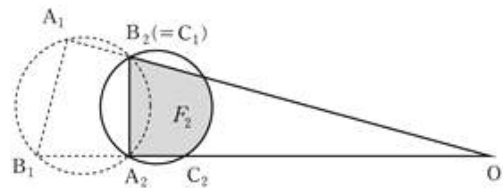
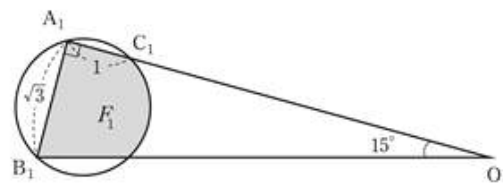
선분  $B_1O$ 와 원  $R_1$ 이 만나는 점을  $A_2$ 라 하고 점  $C_1$ 를 점  $B_2$ 라 하자. 선분  $A_2O$  위의 점  $C_2$ 를 선분  $A_2C_2$ 의 길이가 선분

$A_2B_2$ 의 길이의  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 배가 되도록 잡고 세 점  $A_2, B_2, C_2$ 를

지나는 원  $R_2$ 를 그린 후 도형  $F_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로

얻은 도형을  $F_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은

도형  $F_n$ 의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

- ①  $\frac{3}{4}(\pi + 2\sqrt{3} + 2)$     ②  $\frac{3}{4}(\pi + \sqrt{3} + 3)$     ③  $\frac{5}{4}(2\pi + \sqrt{6} - 1)$   
 ④  $\frac{5}{4}(\pi + 3\sqrt{2} + 1)$     ⑤  $\frac{3}{2}(\pi + \sqrt{3} - 1)$



17. 구간  $[0, 2\pi]$ 에서 곡선  $y=6\sin(nx)$ 와 직선  $y=n$ 이 만나는 모든 교점들의  $x$ 좌표의 합이  $6\pi$  이하가 되도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

18. 각 공에 1부터 12까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 공 12개가 상자에 들어있다. 상자에서 하나의 공을 뽑아 공에 적힌 숫자를 확인하고 다시 집어넣는 시행을 두 번 할 때, 첫 시행에서 확인한 숫자를  $a$ 라 하고 다음 시행에서 확인한 숫자를  $b$ 라 하자.  $7 \leq n \leq 12$ 인 자연수  $n$ 에 대하여  $a+b \leq n$ 일 때  $ab < 6$ 일 확률을  $p_n$ 이라 하자. 다음은  $\sum_{k=7}^{12} p_k$ 의 값을 구하는 과정이다.

$ab < 6$ 을 만족시키는 두 자연수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 최댓값은 (가) 이다.

따라서  $7 \leq n \leq 12$ 일 때  $ab < 6$ 를 만족시키는  $a, b$ 는  $a+b \leq n$ 도 항상 만족시킨다.

$a+b \leq n$ 을 만족시키는 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수는 음이 아닌 정수  $c$ 에 대하여  $a+b+c=n$ 을 만족시키는 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수와 같고, 이러한 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수는 (나) 이다.

따라서  $p_n =$  (다) (단,  $7 \leq n \leq 12$ ) 이고

$$\sum_{k=7}^{12} p_k = \frac{5}{3} \text{ 이다.}$$

위의 (가)에 알맞은 숫자를  $p$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(n), g(n)$ 이라 할 때,  $f(p+2) \times g(p+1)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{35}{3}$       ②  $\frac{40}{3}$       ③ 15      ④  $\frac{50}{3}$       ⑤  $\frac{55}{3}$

19. 다음 조건을 만족시키는 자연수  $x, y, z$ 의 모든 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수는? [4점]

(가)  $x+y+z=26$

(나)  $x, y, z$ 를 4로 나눈 나머지의 합은 5 이하이다.

- ① 108      ② 114      ③ 120      ④ 126      ⑤ 132

20.  $0 < a < 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 좌표평면에서 두 곡선

$y = a^x \cos x$  ( $0 \leq x \leq 2\pi$ )와  $y = \sin x$ 이 만나는 두 점을

$P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$  ( $x_1 < x_2$ )라 하자. <보기>에서 옳은 것만을

있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $x_1 < \frac{\pi}{4}$

ㄴ.  $y_1 + y_2 < 0$

ㄷ.  $(x_2 - x_1)(y_1 - y_2) < \sqrt{2}\pi$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21.  $0 < k < 4$ 인 상수  $k$ 와 이차함수  $f(x)$ 에 대하여  
 함수  $f(e^{f(x)})$ 가  $x=0, x=k, x=4$ 에서 최대 또는 최소일 때,  
 $f'(1)$ 의 최솟값은? [4점]

- ①  $\frac{\ln 2}{2}$     ②  $\ln 2$     ③  $\frac{3\ln 2}{2}$     ④  $2\ln 2$     ⑤  $\frac{5\ln 2}{2}$

단답형

22.  $\left(x + \frac{2}{x^4}\right)^{10}$ 의 전개식에서 상수항을 구하시오. [3점]

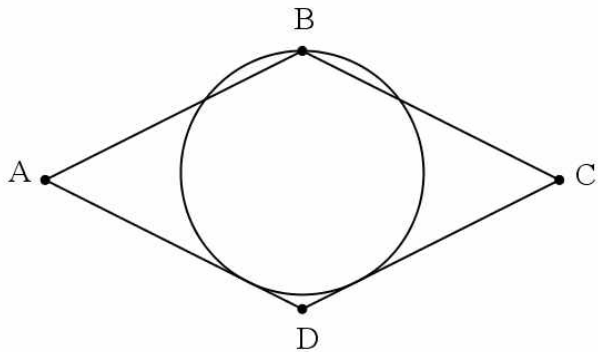
23. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6개의 공이 들어있는  
 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때,  
 꺼낸 2개의 공에 1 또는 6이 적힌 공이 포함될 확률은  $p$ 이다.  
 $50p$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 곡선  $f(x) = x^2 - 4\cos x$  ( $0 < x < \pi$ )가  $x = a$ 에서 변곡점을 가질 때,  $a \times \frac{60}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 곡선  $y = 2^{x+a} - b$ 이 제2사분면을 제외한 모든 사분면을 지나고, 곡선  $y = 3^{-x+a} - b$ 이 제3사분면을 제외한 모든 사분면을 지나도록 하는 두 자연수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

26. 함수  $f(x) = (x^2 + 2)e^x$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(0, f(0))$ 에서의 접선의 방정식을  $g(x)$ 라 하자. 함수  $f(g(x))$ 의 역함수를  $h(x)$ 라 할 때, 곡선  $y = h(x)$  위의 점  $(2, a)$ 에서의 접선의 기울기는  $b$ 이다.  $100(b-a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

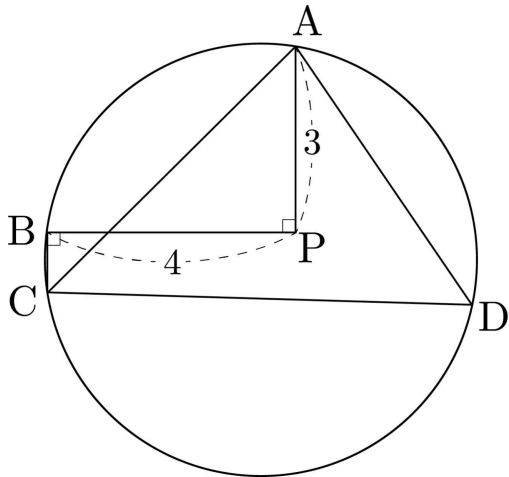
27. 한 변의 길이가 1이고  $\angle BAD = \angle BCD = \theta$ 인 마름모 ABCD가 있다. 두 선분 AD, CD에 접하고 점 B를 지나는 원 위의 점 중 점 D와 제일 가까운 점을 E라 하자. 선분 DE의 길이를  $l(\theta)$ 라 할 때,  $80 \times \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{l(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 파란 공 5개와 숫자 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 빨간 공 3개가 들어 있는 주머니에서 3개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수들을 모두 더한다. 더한 결과가 8 이상일 때, 꺼낸 공 중 빨간 공이 적어도 하나 있을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 그림과 같이 넓이가  $\frac{25}{2}\pi$ 인 원  $O$  위의 점  $A, B, C, D$ 와 원  $O$ 의 내부의 점  $P$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{AP}=3, \overline{BP}=4$
- (나)  $\angle APB = \angle PBC = 90^\circ$
- (다) 삼각형  $ACD$ 의 넓이는 14이다.



사각형  $ABCD$ 의 둘레의 길이를 구하시오. [4점]

30. 연속함수  $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x)g(x) = \sin(\pi x)$ 이다.
- (나)  $g(10)=0$
- (다) 5 이하의 모든 자연수  $k$ 에 대하여  $f(k)+f(2k)=0$ 이다.

$\sum_{k=1}^5 f(k)=p$ 라 하자.  $\frac{\pi}{p}$ 의 값을 구하시오. [4점]

- \* 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.



※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.